

Test numéro 12 – 1h

Exercice 1 – Etudier les suites suivantes (monotonie, bornes, convergence, limite) :

$$u_n = \frac{2^n}{n!}, \quad v_n = \frac{n}{n-1}, \quad w_n = \frac{1}{n} - \ln(n).$$

Exercice 2 – Déterminer les limites des suites suivantes :

$$u_n = \frac{4n^2 - 5 \cos(2^n - 2) + 1}{2n^2 + 3\sqrt{n}}, \quad v_n = \frac{ne^{-n} + 3\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n} + \cos(2n)}.$$

En multipliant par l'expression conjuguée, déterminer la limite de la suite

$$w_n = n - \sqrt{n^2 + 1}.$$

Exercice 3 – On considère la suite arithmético-géométrique suivante :

$$\begin{cases} u_0 = 2, \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3. \end{cases}$$

1. Calculer la solution de l'équation $\ell = \frac{1}{4}\ell + 3$.
2. Démontrer que $v_n := u_n - \ell$ est géométrique et donner sa raison.
3. En déduire la limite de (v_n) , puis celle de (u_n) .

Exercice 4 – Révision rapide :

1. Calculer le ppcm et le pgcd de 24 et 18 après avoir fait la décomposition en facteur premiers.
2. Déterminer l'équation de la droite (Δ) passant par les points $A(1, 0)$ et $B(2, -1)$.
3. Déterminer l'asymptote oblique en $+\infty$ de la fonction $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x - \sqrt{x} + 2}$.