Exercice 1

On considère l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour représentation paramétrique :

$$(d):\begin{cases}x= & -t\\ y=-1- & t\ ;\ t\in\mathbb{R}\\ z= & 5+3t\end{cases}\qquad (d'):\begin{cases}x= & 4+t\\ y= & 3+t\ ;\ t\in\mathbb{R}\\ z=-1\end{cases}$$

Montrer que les droites (d) et (d') sont coplanaires et sécantes. On précisera les coordonnées du point d'intersection.

Exercice 2

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère les deux droites (d) et (d') admettant pour représentations paramétriques :

$$(d):\begin{cases}x=1+t\\ y=1+3t\quad ,t\in\mathbb{R}\\ z=\quad -t\end{cases}\qquad (d'):\begin{cases}x=2+t\\ y=-6-2t\quad ,t\in\mathbb{R}\\ z=3+t\end{cases}$$

Montrer que les droites (d) et (d') sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

Exercice 3

On considère l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour représentation paramétrique :

$$(d):\begin{cases}x=1-t\\ y=1+t\ \text{ où } t\in\mathbb{R}\\ z=2+t\end{cases}\qquad (d'):\begin{cases}x=-2-t\\ y=-1-t\ \text{ où } t\in\mathbb{R}\\ z=-1+t\end{cases}$$

Justifier que ces deux droites sont non-coplanaires.

Exercice 4

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère les trois points :

$A\,(2\,;0\,;-1)\quad ;\quad B\,(1\,;0\,;3)\quad ;\quad C\,(2\,;1\,;1)$

1. Justifier que les points A, B et C définissent un plan.
2. En choisissant $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right)$ comme couple de vecteurs directeurs, montrer que le plan (ABC) admet pour représentation paramétrique le système suivant :
$$\begin{cases}x=-t\quad +2\\ y=\quad t' \qquad \text{où } t\in\mathbb{R},\ t'\in\mathbb{R}\\ z=4t+2t'-1\end{cases}$$
3. Justifier que le point $D\,(1\,;-2\,;-1)$ appartient au plan (ABC).

Exercice 5

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère les trois points :

$A(2\,;0\,;-1)\quad ;\quad B(1\,;2\,;2)\quad ;\quad C(-1\,;1\,;-2)$

1. a. Les points A, B, C déterminent-ils un plan? Justifier votre réponse.
   b. Déterminer une représentation paramétrique du plan (ABC)
2. a. On considère le point $D\,(0\,;3\,;1)$. Le point D appartient-il au plan (ABC)? Justifier votre réponse.
   b. On considère le point $E\,(7\,;0\,;4)$. Le point E appartient-il au plan (ABC)? Justifier votre réponse.

Exercice 6

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$ orthonormé, on considère le deux droites (d) et (d') définies par leur représentation paramétrique :

$$(d)\begin{cases}x=-3+2t\\ y=-4+3t\ \text{ où } t\in\mathbb{R}\\ z=3-t\end{cases}\qquad (d')\begin{cases}x=1+2t\\ y=-3-2t\ \text{ où } t\in\mathbb{R}\\ z=-2t\end{cases}$$

1. Montrer que les droites (d) et (d') sont orthogonales entre elles.
2. Les droites (d) et (d') sont-elles sécantes? Si oui, préciser le point d'intersection.

Exercice 7

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$ orthonormé, on considère deux droites (d) et (d') admettant pour représentation paramétrique :

$$(d)\begin{cases}x=-3+2\cdot t\\ y=\quad -t\quad t\in\mathbb{R}\\ z=-1+t\end{cases}\ ;\quad (d')\begin{cases}x=-1-2\cdot t\\ y=1+3\cdot t\quad t\in\mathbb{R}\\ z=\quad -t\end{cases}$$

1. Montrer que les droites (d) et (d') sont sécantes. On déterminera les coordonnées de leur point M d'intersection.
2. a. On considère les deux vecteurs $\vec{u}\,(2\,;-1\,;1)$ et $\vec{v}\,(-2\,;3\,;-1)$. Déterminer les coordonnées d'un vecteur $\vec{n}$ qui soit orthogonal aux deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
   b. En déduire une représentation paramétriques de la droite (Δ) passant par le point M et orthogonale aux deux droites (d) et (d').

Exercice 8

On considère l'espace muni d'un repère $(O\,;I\,;J\,;K)$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour équation paramétrique :

$$(d)\begin{cases}x=3+t\\ y=-5+t\ \text{ où } t\in\mathbb{R}\\ z=4\end{cases}\ ;\quad (d')\begin{cases}x=2+2\cdot t\\ y=3+t\ \text{ où } t\in\mathbb{R}\\ z=-2-t\end{cases}$$

1. Montrer que les droites (d) et (d') sont non-coplanaires.
2. On suppose l'existence d'une droite (Δ) perpendiculaire à la droite (d) et perpendiculaire à la droite (d')
   a. Justifier l'existence d'un réel t tel que la droite (Δ) admette pour représentation paramétrique :
$$\begin{cases}x=3+t+t'\\ y=-5+t-t'\quad \text{où } t'\in\mathbb{R}\\ z=4+t'\end{cases}$$
   b. En déduire une équation paramétrique de la droite (Δ).