Exercices sur généralités du calcul de probabilité

Exercice 1

Parmi les 35 élèves de la classe de première S3 (où les élèves étudient majoritairement une langue et certains deux), 30 élèves font de l'anglais (événement A) et 10 font de l'espagnol (événement E). Tous les élèves font anglais ou espagnol. On prend un élève au hasard dans la classe.

1. Représenter la situation par un diagramme de Venn.
2. Calculer la probabilité qu'il fasse anglais : P(A) .
3. Calculer la probabilité qu'il fasse espagnol : P(E) .
4. Calculer la probabilité qu'il fasse anglais et espagnol : $P(A \cap E)$.
5. Calculer la probabilité qu'il fasse anglais ou espagnol : $P(A \cup E)$

Exercice 2

Chaque probabilité sera exprimée **sous forme de fraction irréductible**.

Dans une boîte, un jeune enfant dispose de quatre cubes : un jaune, un rouge, un vert et un bleu, et de deux boules : une rouge et une verte.

Il prend **au hasard un objet** puis, sans remettre le premier tiré, il en prend un second.

Il obtient ainsi un couple d'objets que l'on appellera « tirage » ; ainsi (cube bleu ; cube rouge) est un tirage possible. **On suppose que tous les tirages sont équiprobables.**

1)A l'aide d'un arbre, trouver le nombre de tirages possibles.

2)Trouver la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « il a obtenu deux cubes » ;

B : « il a obtenu deux boules » ;

C : « il a obtenu soit un cube et une boule, soit une boule et un cube» ;

D : «il a obtenu deux objets de la même couleur » ;

E : « il a obtenu deux objets de couleur différente ».

Exercice 3

Un client reçoit, en cadeau, un ticket d'un jeu de grattage. Sur chaque ticket figurent trois cases à gratter.

Pour chacune des deux premières cases, il est possible d'obtenir les lettres A, B ou C.

Pour la dernière case, seules les lettres A ou B peuvent être obtenues.

Un résultat possible est une liste de trois éléments, par exemple : CAB.

1)Justifier qu'il y a 18 résultats possibles. (On pourra s'aider d'un arbre.)

2)On considère les événements suivants :

E : « obtenir 3 lettres identiques » ; F : « obtenir au plus un A » ;

G : « obtenir 3 lettres distinctes » ; H : « obtenir au moins un C ».

Calculer les probabilités des événements : E, F, G et H.

3)Montrer que la probabilité de l'événement $F \cap H$ est égale à $\frac{4}{9}$.

4)Déduire la probabilité de l'événement $F \cup H$.

Exercice 4

Une enquête a été effectuée auprès de 450 jeunes titulaires d'un baccalauréat d'enseignement général ou technique, 3 ans après l'obtention de leur diplôme :

- 20 % sont titulaires d'un bac STI ;

- le tiers des 450 jeunes interrogés ont un emploi ;
- 220 continuent leurs études ; parmi eux, 15% sont titulaires d'un bac STI ;
- 95 % de ceux qui sont au chômage sont titulaires d'un bac autre que STI.

1)Compléter le tableau des effectifs suivant :

Situation Nature du Bac	Ont un emploi	Continuent leurs études	Sont au chômage	Total
Bac STI				
Autres Bac				
Total				**450**

2)Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
On choisit un jeune au hasard parmi les 450 interrogés.

a)Calculer les probabilités des événements suivants

A : « le jeune a un bac STI » ;

B : « le jeune continue ses études ».

b)Définir par une phrase l'événement $A \cap B$. Déterminer la probabilité de l'événement $A \cap B$.

c)Définir par une phrase l'événement $A \cup B$. Déterminer la probabilité de l'événement $A \cup B$.

d)Le jeune choisi au hasard est titulaire du bac STI.Quelle est la probabilité p pour qu'il ait un emploi ?

<u>Probabilités conditionnelles</u>

Exercice 1

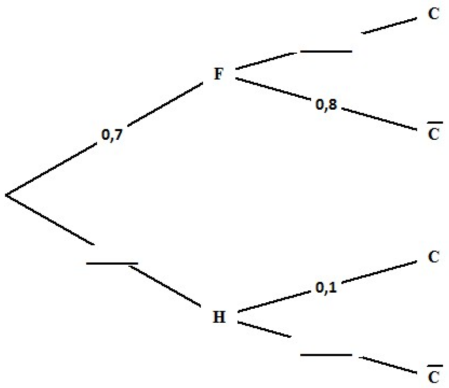
Dans une entreprise, on compte 70 % de femmes.

On constate par ailleurs que 80 % des femmes vivent en couple et que 10 % des hommes sont célibataires.

On interroge au hasard un salarié de l'entreprise.

On note *F* l'événement : « la personne est une femme », *H* l'événement : « la personne est un homme » et *C* l'événement : « la personne est célibataire ».

1. Définir par une phrase l'événement *Ć*.
2. A l'aide des événements *F*, *H*, *C* et *Ć*, traduire les données du problème par des probabilités.
3. Représenter la situation en complétant l'arbre de probabilité ci-dessous.



4. On se propose de déterminer la probabilité que l'employé interrogé soit célibataire.
Pour cela :
   - Calculer la probabilité des événements *F* ∩ *C* et *H* ∩ *C*.
   - En déduire la probabilité cherchée.

Exercice 2

Un confiseur vend deux types de paquets de bonbons : aux fruits ou au chocolat.

Les paquets de bonbons au chocolat représentent 35 % des ventes.

On sait que 5 % des paquets de bonbons au chocolat et 1 % des paquets de bonbons aux fruits contiennent de la crème.

On interroge au hasard un client qui sort de la boutique et qui a acheté un paquet de bonbons. On note :

A l'événement : « il a acheté un paquet de bonbons aux fruits »,

B l'événement : « il a acheté un paquet de bonbons au chocolat »,

C l'événement : « les bonbons qu'il a achetés contiennent de la crème ».

1. A l'aide de l'énoncé, définir $P(B)$, $P_B(C)$ et $P_A(C)$.
2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilité.
3. Calculer la probabilité que le client ait acheté un paquet de bonbons au chocolat et que les bonbons contiennent de la crème.
4. Calculer la probabilité que le client ait acheté un paquet de bonbons aux fruits et que les bonbons contiennent de la crème.
5. Déduire des questions 3. et 4. la probabilité que le client ait acheté un paquet de bonbons contenant de la crème.

Exercice 3

Une maladie atteint 3 % d'une population de 30 000 habitants. On soumet cette population à un test.

Parmi les bien portants, 2 % ont un test positif.

Parmi les personnes malades, 49 ont un test négatif.

1. Compléter le tableau suivant :

	Malades	Bien portants	Total
Test positif			
Test négatifs			
total			30 000

Dans les questions suivantes, les résultats numériques demandés sont à arrondir à 10^{-3}.

2. On choisit au hasard une personne de cette population. On considère les événements T et M suivants :
   T : « le test est positif pour la personne choisie » ;
   M : « la personne choisie est malade ».
   a. Traduire par une phrase chacun des événements suivants :
   $\acute{T}$:
   $T \cap M$:
   $\acute{T} \cap M$:
   b. Calculer les probabilités suivantes :
   $P(\acute{T})=$¿ $P(T \cap M)=$¿ $P(\acute{T} \cap M)=$¿:
   c. Calculer la probabilité que la personne choisie soit malade ou ait un test positif.
   d. Déterminer, à l'aide du tableau, les probabilités conditionnelles $P_T(M)$ et $P_M(T)$.

e. Calculer la probabilité qu’une personne soit personne soit malade sachant qu’elle a eu un test négatif.

Exercice 4

1. Compléter le tableau suivant, donnant la répartition des élèves d'une école primaire.

	Allergiques aux produits laitiers	Allergiques aux arachides	Non allergiques	Total
Déjeunant à la cantine	10	5	35	
Ne déjeunant pas à la cantine	15	5	130	
Total				

2. On rencontre un élève par hasard.
   a. Calculer la probabilité P_1 qu'il soit allergique aux produits laitiers.

   b. Calculer la probabilité P_2 qu'il n'ait pas d'allergie et qu'il déjeune à la cantine.

   c. Calculer la probabilité P_3 qu'il soit allergique aux arachides, sachant qu'il déjeune à la cantine.

   d. Calculer la probabilité P_4 qu'il soit allergique aux produits laitiers, sachant qu'il déjeune à la cantine.

   e. Calculer la probabilité P_5 qu'il déjeune à la cantine, sachant qu'il est allergique aux produits laitiers.

   f. Calculer la probabilité P_6 qu'il déjeune à la cantine, sachant qu'il n'a pas d'allergie.

Exercice 5

Une entreprise fabrique en grande quantité des sacs poubelle. On admet que 3 % des sacs de la production présentent un défaut. On contrôle les sacs d'un lot. Ce contrôle refuse 94 % des sacs avec défaut et accepte 92 % des sacs sans défaut. On prélève au hasard un sac dans le lot. On considère les événements D : «le sac a un défaut» et *A* : « le sac est accepté à l'issue du contrôle ».

1. Déduire de l'énoncé $P(D)$; $P_D(\acute{A})$ et $P_{\acute{D}}(A)$.

2. Déterminer $P_D(A)$.

3. Représenter la situation à l'aide d'un arbre.

4. Calculer $P(A \cap D)$ et $P(A \cap \acute{D})$.

5. En déduire $P(A)$.

6. Calculer la probabilité qu'un sac soit défectueux, sachant qu'il a été accepté par le contrôle.

Exercice 6

Les résultats seront donnés sous forme de fractions. Au rayon « image et son» d'un magasin, un téléviseur et un lecteur de DVD sont en promotion pendant une semaine. Une personne se présente.

La probabilité qu'elle achète le téléviseur est $\frac{3}{5}$; celle qu'elle achète le lecteur de DVD si elle achète le téléviseur est $\frac{7}{10}$; celle qu'elle achète le lecteur de DVD si elle n'achète pas le téléviseur est $\frac{1}{10}$.

On désigne par T l'événement : « la personne achète le téléviseur » et par *L* l'événement : « la personne achète le lecteur de DVD ». On note $\acute{T}$ *et* $\acute{L}$ les événements contraires respectifs de *T* et de *L.*

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre et déterminer la probabilité des événements suivants.
   a. «La personne achète les deux appareils ».
   b. «La personne achète le lecteur de DVD ».
   c. «La personne n'achète aucun des deux appareils».

2. Montrer que, si la personne achète le lecteur de DVD, la probabilité qu'elle achète aussi le téléviseur est $\frac{21}{23}$.