RMLQA - EXERCICES du 19/10/2018 et du 22/10/2018

« TRIGONOMETRIE ET PRODUIT SCALAIRE »

EXERCICE N°1

Calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dans chacun des cas suivants :

1) $\|\vec{u}\| = 3\,;\ \|\vec{v}\| = 5\,;\ (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{6}$

2) $\|\vec{u}\| = 1\,;\ \|\vec{v}\| = 1\,;\ (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$

3) $\|\vec{u}\| = 8\,;\ \|\vec{v}\| = 0{,}5\,;\ (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{5\pi}{6}$

4) $\|\vec{u}\| = 2\,;\ \|\vec{v}\| = 2\,;\ (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{3\pi}{4}$

5) $\|\vec{u}\| = 1\,;\ \|\vec{v}\| = 2\,;\ (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{2\pi}{3}$

6) $\|\vec{u}\| = 3\,;\ \|\vec{v}\| = \sqrt{2}\,;\ (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{4}$

EXERCICE N°2

Pour chaque couple de vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ suivant trouver l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$. On donnera celui-ci au degré près.

1) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

2) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

3) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$

4) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1/5 \end{pmatrix}$

5) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$

6) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

EXERCICE N°3

Résoudre les équations trigonométriques suivantes :

1) $2\cos(x)^2 - 4\cos(x) - 2 = 0$
2) $-\sin(x)^2 + 5\sin(x) - 4 = 0$
3) $\sin(x)^2 + \cos(x)^2 + \sin(x) + 1 = 0$
4) $\cos(2x) - \sin(x)^2 = 0$
5) $11\cos(x) - 3\sin(x)^2 + 3 = 0$

EXERCICE N°4

Nous nous plaçons dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On considère les points A(-3 ;-1) ; B(2 ;1) et C(1 ;4).

1) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. En déduire une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
2) Déterminer de même des valeurs approchée des angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CBA}$.

EXERCICE N°5

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Soient : $\vec{u} = \binom{2}{1}$; $\vec{v} = \binom{3}{-6}$; $\vec{w} = \binom{1}{3}$

1) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$. Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
2) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{w}$, $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{w}\|$. Que peut-on en déduire pour l'angle $(\vec{u}, \vec{w})$.

EXERCICE N°6

Démontrer les deux formules suivantes exprimant aussi le produit scalaire de deux vecteurs a partir de normes :

1) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$
2) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{4}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$

EXERCICE N°7

On considère un triangle ABC tel que AB=7, AC=5 et BC=6.
Remarque : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$

1) Donner la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$. En déduire celle de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2) Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB). Déterminer la valeur de AH.
3) Déterminer une valeur approchée de la mesureen degrés de l'angle $\widehat{BAC}$.