

## Test numéro 11 – 1h

**Exercice 1** – Etudier la monotonie des suites suivantes :

$$u_n = \frac{3^n}{n!}, \quad v_n = \frac{n+1}{n}, \quad w_n = 4n^2 - 5n + 1.$$

**Exercice 2** – Déterminer les limites des suites suivantes :

$$u_n = \frac{2n+3}{n^2-1}, \quad v_n = \cos(2n^2+3n-1)e^{-n}, \quad w_n = \frac{n^2+\ln(n)}{3n^2+4n}.$$

**Exercice 3** – Soit  $u_n := \frac{n^2+n+\cos(n)\sqrt{n}}{n^2+1}$ .

(a) Démontrer que pour tout  $n \geq 0$ ,

$$\frac{-\sqrt{n}-1}{n^2+1} \leq u_n - 1 \leq \frac{n+\sqrt{n}}{n^2+1}.$$

(b) Déterminer la limite de chaque suite à gauche et à droite de l'inégalité précédente.

(c) En déduire que  $(u_n)$  est convergente et déterminer sa limite.

**Exercice 4** – Faire l'étude de la fonction  $f(x) := x^2 \ln(x)$ . Indication : on démontrera que le changement de signe de la dérivée est en  $x = e^{-1/2}$ . On calculera également la tangente en  $x_0 = 1$ .