

« ENSEMBLES ET APPLICATIONS »

---

**EXERCICE N°1**

Soient deux ensembles  $E = \{1,2,3\}$  et  $F = \{a, b, c, d\}$ .

- 1) Donner tous les sous-ensembles de E.
- 2) Donner tous les sous-ensembles de F.

**EXERCICE N°2**

Soient les ensembles  $A = ]-\infty; 5]$ ,  $B = ]-1; 8[$ ,  $C = ]-4; +\infty[$ ,  $D = \left[-\frac{4}{3}; 7,5\right]$  et  $E = [7; +\infty[$  cinq parties de R.

+ Déterminer les ensembles suivants :

$A \cap B$ ;  $A \cap E$ ;  $A \cup B$ ;  $C \cap D$ ;  $A^c$ ;  $C \cup B$ ;  $A^c \cap B^c$ ;  $(A \cup B)^c$ ;  $(B \cup E)^c$ ;  $C \setminus A$ ;  $B \setminus D$ ;  
 $(C \setminus E) \setminus B$ ;  $A \cup C$ ;  $C \cap (E \cap B)$ ;  $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ ;  $A \cap (B \cup C)$ ;  $(A \cap E) \cup B$ ;  
 $(A \cup C)^c \cap D^c$ ;  $(A \cap D) \setminus B$ ;  $((A \cap B) \cup C)^c \setminus A$

**EXERCICE N°3**

Soient trois ensembles A, B et C de E. Répondre par Vrai ou Faux pour les égalités suivantes.

- 1)  $(B \cup C) \cap A = A \cap ((A \cap B) \cup C)$
- 2)  $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$
- 3)  $(A \cup C)^c \cap (A \cap B \cap C) = \emptyset$
- 4)  $(A \cap C) \cup (A \cap B) \cup (B \cap C) = (A \cap (B \cup C)) \cup (B \cap C)$   
 $= (B \cap (A \cup C)) \cup (A \cap C) = (C \cap (A \cup B)) \cup (A \cap B)$
- 5)  $(A \cup B) \setminus C = C^c$

#### EXERCICE N°4

Soient quatre ensembles A, B, C et D de E.

- 1) Démontrer l'égalité suivante à partir des propriétés liées à l'intersection et à l'union :

$$(A \cup B) \cap (C \cup D) = (A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap D) \cup (B \cap D)$$

- 2) Simplifier l'égalité si  $A \subset C$ .

#### EXERCICE N°5

Soient  $E = \mathbb{R}$ ,  $A = \{x \in E \mid x^2 - 3x + 1 > 0\}$  et  $B = \{x \in E \mid x > 0\}$

+ Montrer que les ensembles  $A^c$ ,  $B^c$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \Delta B$ , sont des intervalles ou des réunions d'intervalles et préciser lesquels.

#### EXERCICE N°6

- 1) Soit  $f: \begin{cases} N \rightarrow N \\ n \rightarrow f(n) = 2n \end{cases}$

L'application est-elle injective ? surjective ? ou bijective ?

- 2) Soit  $g: \begin{cases} N \rightarrow N \\ n \rightarrow g(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ paire} \\ n & \text{si } n \text{ impaire} \end{cases} \end{cases}$

L'application est-elle injective ? surjective ? ou bijective ?

- 3) Déterminer  $(f \circ g)$  et  $(g \circ f)$ .

#### EXERCICE N°7

Soit  $h: \begin{cases} \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ x \rightarrow h(x) = \frac{x+1}{x-2} \end{cases}$

+ Démontrer que h est une bijection et déterminer  $h^{-1}$  l'application réciproque.