Formulaire: fonctions usuelles et dérivées

1 Dérivées des fonctions usuelles

Fonction	Ensemble D où la fonction dérivée est définie	Fonction dérivée
x^n avec $n \in \mathbb{N}$	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
x^n avec $n \in \mathbb{Z}, n < 0$	$\mathbb{R}^*$	nx^{n-1}
$x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$	$]0, +\infty[$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\sqrt{x} = x^{1/2}$	$]0, +\infty[$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln(x)$	$]0, +\infty[$	$\frac{1}{x}$
$\exp(x)$	$\mathbb{R}$	$\exp(x)$
$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$
$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$	$\mathbb{R} \setminus \{x \mid x \equiv \pm\frac{\pi}{2} \mod 2\pi\}$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$
$\arcsin(x)$	$]-1, 1[$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos(x)$	$]-1, 1[$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan(x)$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$

2 Opérations sur les dérivées

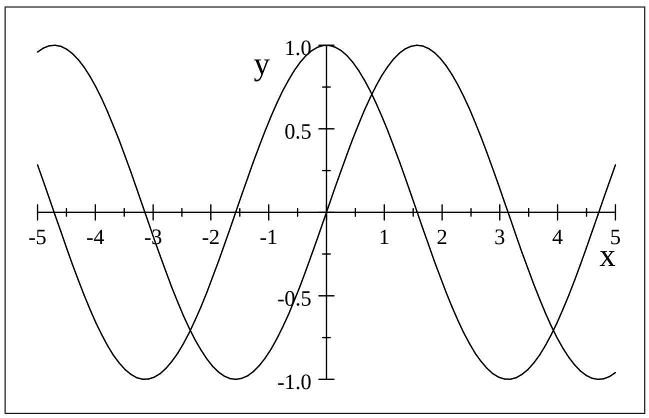
$$(f+g)' = f' + g' \text{ là où } f \text{ et } g \text{ sont dérivables.}$$

$$(f \times g)' = f' \times g + f \times g' \text{ là où } f \text{ et } g \text{ sont dérivables.}$$

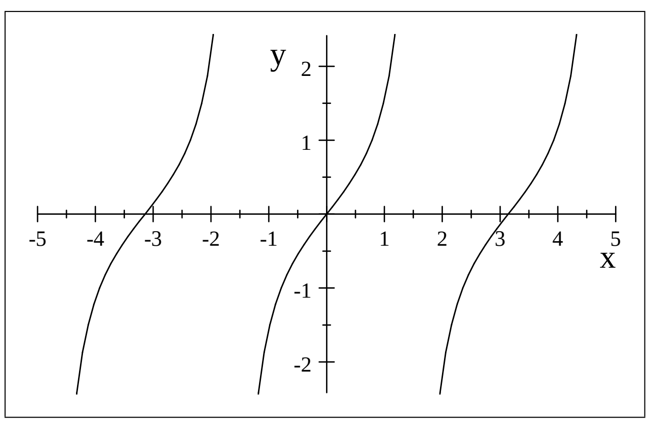
$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2} \text{ là où } f \text{ et } g \text{ sont dérivables et } g \text{ ne s'annule pas.}$$

$(f \circ u)' = f' \circ u \times u'$ si u est dérivable sur D et f est dérivable sur $u(D)$
Exemples
$(u^n)' = nu^{n-1} \times u'$
$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\exp(u)' = \exp(u) \times u'$
$\ln(u)' = \frac{u'}{u}$
$\cos(u)' = -\sin(u) \times u'$ et $\sin(u)' = \cos(u) \times u'$
$\tan(u)' = (1 + \tan^2(u)) \times u'$
$\arctan(u)' = \frac{u'}{1+u^2}$
$(f^{-1})' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}$ là où $f' \circ f^{-1}$ ne s'annule pas

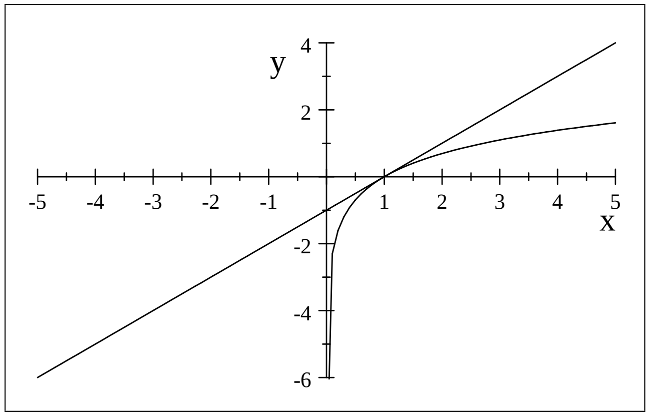
3 Quelques courbes représentatives



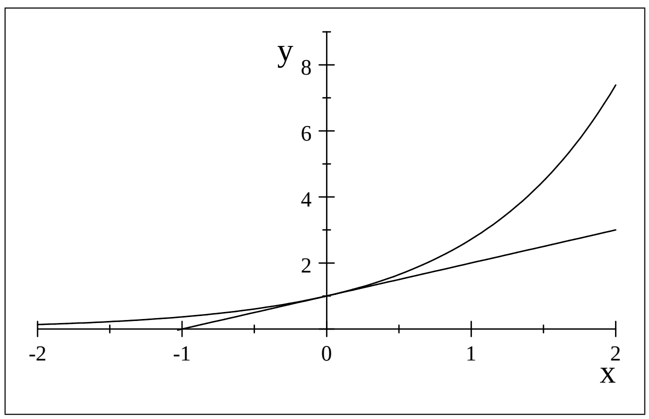
Les fonctions sin (impaire) et cos (paire).



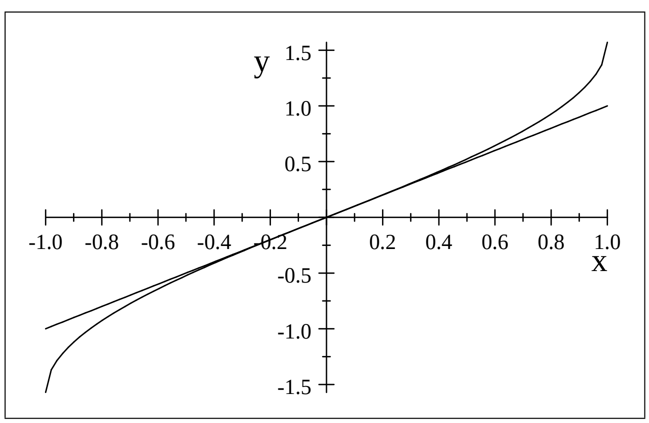
La fonction tan discontinue en $\pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ où elle admet des limites infinies



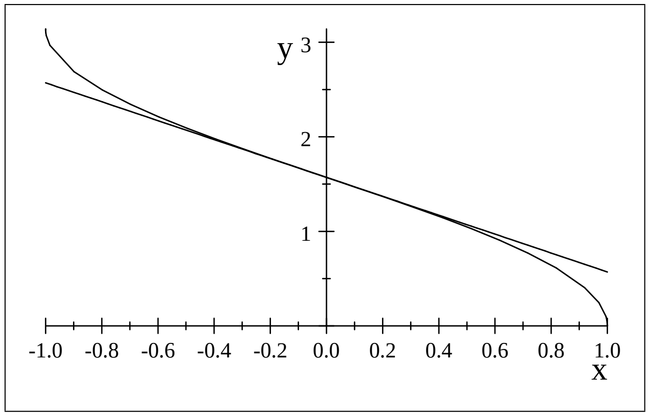
La fonction ln et sa tangente $y = x - 1$ en $x = 1$



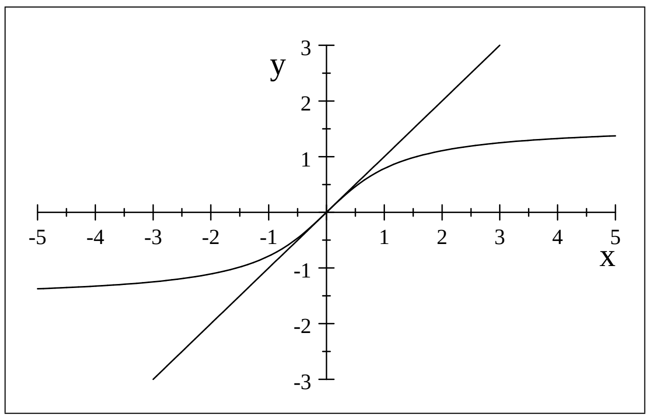
La fonction exp et sa tangente $y = x + 1$ en $x = 0$



La fonction arcsin définie de $[-1, 1]$ dans $[-\pi, \pi]$ et sa tangente $y = x$ en $x = 0$



La fonction arccos définie de $[-1,1]$ dans $[0,\pi]$ et sa tangente $y=-x+\frac{\pi}{2}$ en $x=0$.



La fonction arctan définie de $\mathbb{R}$ dans $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ et sa tangente $y=x$ en 0

Pour f dérivable en $x=a$

équation de la tangente en $x=a$: $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

$$f(x)=f(a)+(x-a)f'(a)+x\varepsilon(x) \text{ avec } \lim_{x\to a}\varepsilon(x)=0.$$