

Systèmes linéaires

Exercice 1 En appliquant la méthode du pivot de Gauss, résoudre les systèmes linéaires suivants.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 10 \\ 2x_1 + 3x_2 = 8 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 6x + 15y = 30 \\ 4x + 6y = 16 \end{cases} .$$

$$\{2x - y = 10 ; \quad \{x + y = 0 ; \quad \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 7y = 0 \\ -x + y = 1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 7y = 0 \\ -x + y = -8 \end{cases} .$$

Exercice 2 Résoudre les systèmes linéaires suivants.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 2x - 4y + z = 5 \\ 3x - 5y + 2z = 8 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x + y + z = 10 \\ x + 2z = 0 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x - y + 3z = 2 \\ -x + 4y + z = -1 \\ 3x - 2y - 3z = 4 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x - y + z = 2 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 8 \\ -x + 3y - 4z = -16 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x + 2y - 4z = -1 \\ 3x + y + 2z = -2 \end{cases} .$$

$$\begin{cases} -y + z = 1 \\ -5x + 2y - z = -1 \\ x - 2z = 4 \\ 4x - y + 2z = -4 \end{cases} ; \quad \begin{cases} y - 2z = 3 \\ -2x - 3y + z = 2 \\ 3x + y - 2z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases} .$$

Exercice 3 Sous quelle condition sur le nombre réel m le système suivant admet-il une unique solution ? Quelle est cette solution ? Dans le cas contraire existe-t-il des solutions ?

$$S_m^0 : \begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + my + mz = 0 \\ x + mz = 0 \end{cases}$$

Mêmes questions pour le système

$$S_m \begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + mz = 0 \\ x + mz = 0 \end{cases}$$