

Calcul de déterminants

Exercice 1 Calculer les déterminants des matrices suivantes. Ces matrices sont-elles inversibles ?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad ; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad ; \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 5 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & -8 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 Pour chacune des matrices $A \in \mathcal{M}_n$ suivantes, déterminer les nombres $x \in \mathbb{R}$ tels que la matrice $A - xI_n$ ne soit pas inversible.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad A_2 = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \quad ; \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad ; \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$